CREAŢII MATEMATICE SERIA B
ARTICOLE ŞI STUDII ŞTIINŢIFICE

ISSN online 2246-9451

Motto: *Eu sunt viţa,voi sunteţi mlădiţele.Cel ce rămâne în Mine şi Eu în el,acela aduce roadă multă,căci fără Mine nu puteţi face nimic(IOAN,cap.15,v.5).*

Probleme propuse:

1. Fie numerele reale $a,b>0$.Arătaţi că are loc dubla inegalitate:

$$1+\frac{M}{(1+a)^2\cdot(1+b)^2}\geq\frac{1+ab}{(1+a)^2}+\frac{1+ab}{(1+b)^2}\geq 1+\frac{m}{(1+a)^2\cdot(1+b)^2},$$

unde $m=\min\left\{\left(a^2-1\right)^2,\left(b^2-1\right)^2\right\}$ şi $M=\max\left\{\left(a^2-1\right)^2,\left(b^2-1\right)^2\right\}$.

Ion Bursuc,profesor,Suceava

2.Fie numerele reale $a,b,c>0$.Arătaţi că are loc inegalitatea:

$$\frac{(a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)}{8abc}\geq\frac{1}{2}\left(\frac{a+c}{b+c}+\frac{b+c}{a+c}\right)+\left|\frac{a-c}{a+c}\cdot\frac{b-c}{b+c}\right|.$$

Ion Bursuc,profesor,Suceava

3. Fie numerele reale $a,b,c>0$.
Arătaţi ca are loc
inegalitatea: $$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{8abc}\geq\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)+\frac{a+b+c}{12abc}.$$
$$\min\left\{(a-b)^2,(b-c)^2,(c-a)^2\right\}.$$

Ion Bursuc,profesor,Suceava

4. Arătaţi că pentru orice $a,b>0$ are loc dubla inegalitate:

$$\frac{a+b}{2}\geq\frac{a+b}{2}\left(\frac{2ab}{a^2+b^2}\right)^r\geq\sqrt{ab}$$ dacă şi numai dacă $r\in\left[0,\frac{1}{4}\right]$.

Ion Bursuc,profesor,Suceava

5. Arătaţi că pentru orice $a,b>0$ are loc dubla inegalitate:

$$\frac{a+b}{2}\geq\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}\right)^r\cdot\sqrt{ab}\geq\sqrt{ab}\Leftrightarrow r\in\left[0,\frac{1}{4}\right].$$

Ion Bursuc,profesor,Suceava

6. Demontstrați dubla inegalitate:

$$\frac{a+b}{2} \geq \frac{a+b}{2} \cdot \sqrt{\frac{(a+b)^2}{2(a^2+b^2)}} \geq \sqrt{ab}, (\forall) a,b>0.$$ și arătați că dacă

$$\frac{a+b}{2} \geq \frac{a+b}{2}\left(\frac{(a+b)^2}{2(a^2+b^2)}\right)^r \geq \sqrt{ab}, (\forall) a,b>0, \text{atunci } r \leq \frac{1}{2}.$$

Ion Bursuc,profesor,Suceava

7. Demonstrați că pentru orice $a,b,c>0$ are loc inegalitatea:

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{8abc} \geq \frac{(a+c)(b^2+c^2)}{(b+c)^3} + \frac{(b+c)(a^2+c^2)}{(a+c)^3} + \frac{(a-c)^2(b-c)^2}{(a+c)^2(b-c)^2}.$$

Ion Bursuc,profesor,Suceava